

# Kubikrødder beregnet som i Liber Abaci

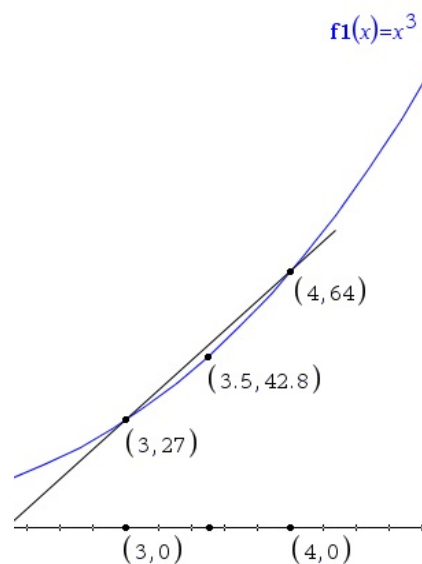
Jacob Nielsen

På side 522 i den engelske oversættelse af Leonardo Pisanos<sup>1</sup> "Liber Abaci" beregnes en approximation til kubikroden af 47. Leonardo går frem som følger:

Kubikroden af 47 må ligge mellem 3 og 4, idet  $3^3 = 27$  og  $4^3 = 64$ .

$$3^3 + 20 = 47$$

47 ligger nærmere 64 end 27, så Leonardo påstår at kuben på  $3\frac{1}{2}$  er mindre en 47. Rigtigheden af denne påstand kan forstås grafisk:



Linjen gennem  $(3;27)$  og  $(4;64)$  ligger over grafen, så lineær interpolation giver en approximation til roden, der er for lille.

Efterfølgende findes kuben af  $3\frac{1}{2}$  ved hjælp af binomialformlen:

$$\begin{aligned}(a+b)^3 &= a^3 + b^3 + 3a^2b + 3ab^2 \\ (3 + \frac{1}{2})^3 &= 27 + \frac{1}{8} + 3 \cdot 9 \cdot \frac{1}{2} + 3 \cdot 3 \cdot \frac{1}{4} = 42\frac{7}{8} \\ 47 &= 42\frac{7}{8} + 4\frac{1}{8}\end{aligned}$$

Den nye rest er mindre end en tiendedel af 47, så den næste approximation er:

$$\begin{aligned}3 + \frac{1}{2} + \frac{1}{10} &= 3\frac{3}{5} \\ (3 + \frac{3}{5})^3 &= 46\frac{82}{125}\end{aligned}$$

<sup>1</sup>L.E.Siegler, "Fibonacci's Liber Abaci, Springer 2002.